

Домашняя работа №1. Поверхностные интегралы первого и второго рода

Задание 1. Вычислить поверхностный интеграл первого рода по поверхности S , где S — часть плоскости (p) , отсеченная координатными плоскостями:

1. $\iint_S (2x + 3y + 2z)ds, (p) : x + 3y + z = 3$
2. $\iint_S (2 + y - 7x + 9z)ds, (p) : 2x - y + z = -2$
3. $\iint_S (6x + y + 4z)ds, (p) : 3x + 3y + z = 3$
4. $\iint_S (x + 2y + 3z)ds, (p) : x + y + z = 2$
5. $\iint_S (3x - 2y + 6z)ds, (p) : 2x + y + 2z = 2$
6. $\iint_S (2x + 5y - z)ds, (p) : x + 2y + z = 2$
7. $\iint_S (5x - 8y - z)ds, (p) : 2x - 3y + z = 6$
8. $\iint_S (-x + 3y - z)ds, (p) : x - y + z = 2$
9. $\iint_S (3x - 2y + 6z)ds, (p) : 2x + y + 2z = 2$
10. $\iint_S (3x - 2y + 6z)ds, (p) : 2x + y + 2z = 2$
11. $\iint_S (5x + y - z)ds, (p) : x + 2y + 2z = 2$
12. $\iint_S (3x^2 + y + 2z)ds, (p) : 3x + 2y + 2z = 6$
13. $\iint_S (2x + 3y - z)ds, (p) : x^2 + y + z = 2$
14. $\iint_S (9x + 2y + z)ds, (p) : 2x + y + z = 4$
15. $\iint_S (5x + 8y + 8z)ds, (p) : x + 4y + 2z = 8$
16. $\iint_S (-x + 4y + 4z)ds, (p) : x - 2y + 2z = 2$
17. $\iint_S (7x + y + 2z)ds, (p) : 3x - 2y + 2z = 6$
18. $\iint_S (2x + 3y + z)ds, (p) : 2x + 3y + z = 6$
19. $\iint_S (4x - y + z)ds, (p) : x - y + z = 2$
20. $\iint_S (6x - y + 8z)ds, (p) : x + y + z = 2$

Задание №2 Вычислить поток векторного поля $\vec{a}(M)$ через внешнюю поверхность пирамиды, образуемую плоскостью (p) и координатными плоскостями, двумя способами:

а) используя определение потока; б) с помощью формулы Остроградского-Гаусса.

1. $\vec{a}(M) = 3x\vec{i} + (y + z)\vec{j} + (x - z)\vec{k}, (p) : x + 3y + z = 3$. Ответ: $9/2$.
2. $\vec{a}(M) = (3x - 1)\vec{i} + (y - x + z)\vec{j} + 4z\vec{k}, (p) : 2x - y - 2z = 2$. Ответ: $8/3$.
3. $\vec{a}(M) = x\vec{i} + (x + z)\vec{j} + (y + z)\vec{k}, (p) : 3x + 3y + z = 3$. Ответ: 1.
4. $\vec{a}(M) = (x + z)\vec{i} + (z - x)\vec{j} + (x + 2y + z)\vec{k}, (p) : x + y + z = 2$. Ответ: $8/3$.
5. $\vec{a}(M) = (y + 2z)\vec{i} + (x + 2z)\vec{j} + (x - 2y)\vec{k}, (p) : 2x + y + 2z = 2$. Ответ: 0.
6. $\vec{a}(M) = (x + z)\vec{i} + 2y\vec{j} + (x + y - z)\vec{k}, (p) : x + 2y + z = 2$. Ответ: $4/3$.
7. $\vec{a}(M) = (3x - y)\vec{i} + (2y + z)\vec{j} + (2z - x)\vec{k}, (p) : 2x - 3y + z = 6$. Ответ: 42.
8. $\vec{a}(M) = (2y + z)\vec{i} + (x - y)\vec{j} - 2z\vec{k}, (p) : x - y + z = 2$. Ответ: -4.
9. $\vec{a}(M) = (x + y)\vec{i} + 3y\vec{j} + (y - z)\vec{k}, (p) : 2x - y - 2z = -2$. Ответ: -1.
10. $\vec{a}(M) = (x + y - z)\vec{i} - 2y\vec{j} + (x + 2z)\vec{k}, (p) : x + 2y + z = 2$. Ответ: $2/3$.
11. $\vec{a}(M) = (y - z)\vec{i} + (2x + y)\vec{j} + z\vec{k}, (p) : 2x + y + z = 2$. Ответ: $4/3$.

12. $\bar{a}(M) = x\bar{i} + (y - 2z)\bar{j} + (2x - y + 2z)\bar{k}$, $(p) : x + 2y + 2z = 2$. Ответ: $4/3$.
13. $\bar{a}(M) = (x + 2z)\bar{i} + (y - 3z)\bar{j} + z\bar{k}$, $(p) : 3x + 2y + 2z = 6$. Ответ: 9.
14. $\bar{a}(M) = 4x\bar{i} + (x - y - z)\bar{j} + (3y + 2z)\bar{k}$, $(p) : 2x + y + z = 4$. Ответ: $80/3$.
15. $\bar{a}(M) = (2z - x)\bar{i} + (x + 2y)\bar{j} + 3z\bar{k}$, $(p) : x + 4y + 2z = 8$. Ответ: $128/3$.
16. $\bar{a}(M) = 4z\bar{i} + (x - y - z)\bar{j} + (3y + z)\bar{k}$, $(p) : x - 2y + 2z = 2$. Ответ: 0.
17. $\bar{a}(M) = (x - y)\bar{i} + (y + z)\bar{j} + (x + z)\bar{k}$, $(p) : 3x - 2y + 2z = 6$. Ответ: 12.
18. $\bar{a}(M) = (x + y + z)\bar{i} + 2z\bar{j} + (y - 7z)\bar{k}$, $(p) : 2x + 3y + z = 6$. Ответ: -36.
19. $\bar{a}(M) = (2x - z)\bar{i} + (y - x)\bar{j} + (x + 2z)\bar{k}$, $(p) : x - y + z = 2$. Ответ: $20/3$.
20. $\bar{a}(M) = (2y - z)\bar{i} + (x + y)\bar{j} + x\bar{k}$, $(p) : x + 2y + 2z = 4$. Ответ: $8/3$.